



Achademia Leonardi Vinci

Publisher: FeDOA Press – Centro di Ateneo per le Biblioteche dell'Università di Napoli Federico II – Registered in Italy
Publication details, including instructions for authors and subscription information: <http://www.achademialeonardivinci.it>

Lezioni dalla storia. Leonardo incontra Archimede

Salvatore Magazù

To cite this article: Magazù S. (2021), *Lezioni di storia. Leonardo incontra Archimede*: Achademia Leonardi Vinci, 2021, anno I, n. 1, 187–199.

FeDOA Press makes every effort to ensure the accuracy of all the information (the “Content”) contained in the publications on our platform. FeDOA Press, our agents, and our licensors make no representations or warranties whatsoever as to the accuracy, completeness, or suitability for any purpose of the Content. Versions of published FeDOA Press and Routledge Open articles and FeDOA Press and Routledge Open Select articles posted to institutional or subject repositories or any other third-party website are without warranty from FeDOA Press of any kind, either expressed or implied, including, but not limited to, warranties of merchantability, fitness for a particular purpose, or non-infringement. Any opinions and views expressed in this article are the opinions and views of the authors, and are not the views of or endorsed by FeDOA Press. The accuracy of the Content should not be relied upon and should be independently verified with primary sources of information. FeDOA Press shall not be liable for any losses, actions, claims, proceedings, demands, costs, expenses, damages, and other liabilities whatsoever or howsoever caused arising directly or indirectly in connection with, in relation to or arising out of the use of the Content.

This article may be used for research, teaching, and private study purposes. Terms & Conditions of access and use can be found at <http://www.serena.unina.it>

It is essential that you check the license status of any given Open and Open Select article to confirm conditions of access and use.

È BEN noto come il Rinascimento venga comunemente associato alla consapevolezza degli uomini di cultura quattro-cinquecentesca di vivere in un periodo caratterizzato da un lato da una nuova visione, rispetto a quella medioevale, del ruolo dell'uomo nell'universo e dall'altro ispirato ad una rinascita della grande tradizione culturale greco-romana; uno sguardo dunque volto al futuro ma anche al passato attraverso una riscoperta dei valori del mondo antico.

In questo quadro di riferimento, già Johann Droysen¹ aveva messo in evidenza l'importanza rivestita dal periodo ellenistico, cominciato, secondo la storiografia tradizionale, nel 323 a.C., con la morte di Alessandro Magno, il quale nel 334 a.C. aveva conquistato l'Impero Persiano. Da lì ebbe impulso il processo di diffusione della cultura greca che si accompagnò alla nascita di biblioteche, cenacoli artistici, filosofici e scientifici. Questo fervido periodo si chiuse nel 31 a.C., con la caduta del regno d'Egitto nella battaglia di Azio vinta da Ottaviano Augusto, mentre gli altri due regni ellenistici erano stati conquistati un secolo prima. Anche per quanto attiene l'ambito tecnico-scientifico, nel corso del III secolo a.C. si assisté ad un periodo di sorprendente progresso culturale², che ebbe come fulcro la città di Alessandria d'Egitto, e fu per questo detto alessandrino, e ciò anche grazie alla illuminata politica adottata da Tolomeo I Soter che governò dal 323 al 283, e di Tolomeo II Filadelfo che governò dal 283 al 246. Questo sviluppo culturale³ fu principalmente determinato dall'assorbimento nel mondo greco

¹ Droysen, Johann Gustav, *Geschichte des Hellenismus*, Hamburg: F. Perthes, 1836.

² Russo, Lucio, *La rivoluzione dimenticata*, Milano: Feltrinelli, 2017.

³ Heath, Thomas Little, *History of Greek mathematics*, Mineola, New York: Dover Publications Inc, 1981.

Lezioni dalla storia. Leonardo incontra Archimede

SALVATORE MAGAZÙ



Codice Arundel
f. 17r

di antichi saperi egiziani, babilonesi e persiani e da uomini in grado di comprendere e di sviluppare quelle conoscenze; una conferma di ciò si ha nella circostanza che alcuni tra i più importanti artefici di questo progresso (e.g. Euclide, che operò ad Alessandria, e Archimede di Siracusa) non furono originari dalla Grecia continentale, ma da altre regioni⁴. Negli anni che seguirono l'uccisione di Archimede, avvenuta nel corso della Seconda Guerra Punica durante l'assedio di Siracusa da parte dell'esercito romano di Marco Claudio Marcello, si assisté a un progressivo regresso sia in ambito scientifico che sociale, anche ad Alessandria d'Egitto dove il reggente Tolomeo VIII si distinse per delle scelte politiche improprie.

V'è da precisare che il lungo intervallo di tempo di pace imposto all'interno dell'Impero romano da parte di Augusto, denominato per questo anche Pax Augustea (o "Pax Romana"), rese possibile un transitorio risveglio della ricerca scientifica tra il I e il II secolo d.C. con, ad esempio, Erone di Alessandria (I e il II secolo d.C.), Claudio Tolomeo (100 d.C.-175 d.C.) e Galeno (129 d.C.-201 d.C.). L'anno in cui Ipazia di Alessandria (350 d.C.-415 d.C.), figlia di Teone, e secondo il teosofo Augusto Agabiti "martire della libertà di pensiero", fu linciata e venne trucidata viene considerata la data della fine della scienza antica.

In riferimento al risveglio di interesse nel periodo rinascimentale per il periodo ellenistico è importante ricordare che, già a

partire dalla seconda metà del trecento, si era innescato un flusso entrante crescente in Italia e in tutta Europa di testi scientifici ellenistici e greci. Ad esempio, Giovanni Aurispa (1376-1459) di Noto⁵, in uno dei suoi numerosi viaggi in Oriente, nel 1423 portò con sé duecentotrentotto 238 preziosi codici ellenistici e greci; inoltre, lo stesso Aurispa, in occasione del concilio tenutosi nel 1438-1439, poté rifornirsi, dai dotti bizantini convenuti, di nuovi codici.

Questi testi suscitarono un rimarchevole interesse da parte di molti studiosi che furono profondamente attratti sia dagli scritti che dai disegni ivi riportati. Tra questi, si può citare, ad esempio, il senese artista-ingegnere Mariano Danniello Vanni, noto come Mariano di Jacopo e detto il Taccola o l'Archimede di Siena (1381-1453) che si interessò soprattutto alle opere di pneumatica e tecnologia militare. I suoi lavori furono studiati non solo da Francesco di Giorgio Martini, ma anche da Leonardo da Vinci il quale si interessò alle macchine semplici, agli ingranaggi, alle macchine pneumatiche, alle macchine belliche, all'idraulica etc ...⁶

Leonardo nutrì un costante interesse per Archimede di Siracusa. Iacopo da San Cassiano, noto anche come Iacobus Cremonensis, Giacomo da Cremona o Iacopo Cassiano (ca. 1400-1452/56), fu uno dei più importanti promotori di interesse per i testi archimedei nel prima metà del XV secolo, autore di versioni latine del *corpus* archimedeo per

⁴ Ad Alessandria d'Egitto vissero, soggiornarono, transitarono o ebbero contatti Euclide (IV secolo a.C.-III secolo a.C.), C. Ctesibio (III secolo a.C.), Erofilo di Calcedonia (335 a.C.-280 a.C.), Aristarco da Samo (310 a.C.-230 a.C.), Archimede (287 a.C.-212 a.C.), Eratostene (276 a.C.-192 a.C.), Crisippo (280 a.C.-205 a.C.), Filone di Bisanzio (280 a.C.-220 a.C.), Apollonio di Perga (262 a.C.-190 a.C.).

⁵ Franceschini, Adriano, *Giovanni Aurispa e la sua Biblioteca. Notizie e documenti*, Padova: Antenore, 1976, p. 214.

⁶ Su questo argomento si ricordano i fondamentali contributi di Paolo Galluzzi; ultimo in ordine di tempo *The Italian Renaissance of machines*, Cambridge, Massachusetts and London: Harvard University Press, 2020, con bibliografia precedente.

papa Niccolò V. L'*Archimede Latino* di Paolo d'Alessandro e Pier Daniele Napolitani⁷ riporta le testimonianze dei contemporanei di Leonardo sulla versione latina e, cosa di particolare importanza, ha permesso di identificare la bozza autografa di Iacopo, la copia rivisitata da Regiomontano e i codici archimedei consultati da Francesco dal Borgo e Piero della Francesca.

È possibile inoltre rintracciare molteplici corrispondenze tra le opere del Siracusano⁸ e i testi e i disegni di Leonardo⁹.

Ad esempio, per quanto attiene la “meccanica” (termine derivato da “macchina” e che al tempo aveva come significato anche quello di astuzia, espediente, artificio capace di aggirare le difficoltà, ad esempio, riuscendo con un peso piccolo a sollevare un peso maggiore), Archimede, sulla base di pochi postulati, elaborò una meccanica dell'equilibrio (statica) basata su considerazioni ge-

ometriche e progettò macchine composte quali il palyspaston, basato su un sistema di carrucole, e il barulco.

D'altra parte, innumerevoli, sia per testi che per immagini, sono stati i contributi di Leonardo alla meccanica per la quale egli fu un infaticabile sperimentatore e alla quale egli fornì un importante contributo di originalità. Archimede fu tra le fonti maggiori di ispirazione per Leonardo. A partire dallo studio della leva, Leonardo elaborò il concetto di momento meccanico di una forza rispetto a un punto per poi giungere al principio del parallelogramma delle forze. Macchine semplici e loro combinazioni sono presenti in gran numero nei suoi manoscritti e rivelano come Leonardo, partendo dai sistemi meccanici statici e quasi-statici di Archimede (in cui le grandezze rilevanti cambiano molto lentamente nel tempo) sia riuscito a cogliere profondi aspetti dei fenomeni dinamici.

⁷ D'Alessandro, Paolo e Pier Daniele, Napolitani, *Archimede Latino: Iacopo da San Cassiano e il “Corpus” Archimedeo alla metà del Quattrocento, con edizione della “Circuli dimensio” e della “Quadratura parabolae”*, Paris: Les Belles Lettres, 2012.

⁸ Per l'edizione delle opere di Archimede si veda: Heath, Thomas L., *The Works of Archimedes*, Mineola, New York: Dover Publications, 2002; Gruppe, Bcher, *Archimedes: Archimedisches Prinzip, Archimedische Schraube, Archimedischer Körper, Archimede, Stomachion, Archimedisches Axiom, Heureka*, Berlin: Books Llc, 2010; Heiberg, Johan L., *Archimedis Opera Omnia, Cum Commentariis Eutocii. E Codice Florentino Recensuit*, Londra: Nabu Press, 2014.

⁹ Il tema Leonardo e Archimede è stato affrontato in più circostanze a partire dal fondamentale lavoro di Marshall Clagett che ha più volte evidenziato l'importanza Archimede per Leonardo; si pensi ad esempio a *The medieval science of weights (scientia de ponderibus): treatise ascribed to Euclid, Archimedes*, edited with introductions, English translations, and notes by Ernest A. Moody and Marshall Clagett, Madison: The University of Wisconsin Press, 1952; dello stesso, *Archimedes in the Middle Ages*, Madison: The University of Wisconsin Press; Philadelphia: The American Philosophical Society, 1964-1984; e ancora “Leonardo da Vinci and the medieval Archimedes.” *Physis rivista di storia della scienza*, 11 (1969), pp. 100-151. Più recentemente si segnalano i contributi di: Galdi, Giovanni P., “Leonardo's Helicopter and Archimedes Screw: The Principle of Action and Reaction.” *Achademia Leonardi Vinci*, IV (1991), pp. 193-195; *Archimede: arte e scienza dell'invenzione*, catalogo della mostra (Roma, Musei Capitolini, 31 maggio 2013-12 gennaio 2014), Di Pasquale, Giovanni e Parisi Presicce, Claudio (eds.), Firenze-Milano: GAMM Giunti, 2013; Laurenza, Domenico, “Un esempio di classicismo scientifico rinascimentale: Leonardo e Archimede.” *Il Codice Atlantico, Leonardo, Archimede e la Sardegna*, atti del convegno (21 giugno 2017), Luisa D'Arienzo (ed.), Cagliari: AV, 2017, pp. 537-546 con bibliografia precedente. Merita inoltre ricordare il testo di Carlo Pedretti “La «vera scienza». Macchine come opere d'arte” (in *Leonardo da Vinci I cento disegni più belli dalle raccolte di tutto il mondo. Il Macchine e strumenti scientifici*, scelti e ordinati da Carlo Pedretti, con l'assistenza di Sara Tagliagammba, Firenze: Giunti-Treccani, 2014, in particolare pp. 8-12) in cui viene evidenziato a più riprese l'importanza di Archimede per comprendere l'evoluzione di Leonardo tecnologo, come specificato anche in numerose schede di Sara Tagliagammba.

Ci sono poi alcuni temi in cui si avverte un forte segno di continuità, potremmo dire un passaggio di testimone tra Archimede e Leonardo. È questo il caso, ad esempio, dello studio dei baricentri che sembra stabilire un filo diretto tra gli studi di Archimede e quelli di Leonardo, con quest'ultimo che segna il primo reale progresso dopo la teoria del Siracusano. O ancora per alcune macchine semplici dove alla elegante teoria, formulata di Archimede, seguono con Leonardo, analisi sia teoriche che sperimentali molto elaborate che tengono realisticamente in conto, anche in maniera quantitativa, della presenza degli attriti.

Nel presente lavoro, proporremo un'analisi di alcuni testi di Leonardo che possono essere messi in connessione con i testi del Siracusano. In particolare, andremo ad analizzare come Archimede e Leonardo interpretarono il concetto di infinitesimo. Leonardo applicò propriamente il concetto di infinitesimo potenziale nel caso della quadratura del cerchio e, al tempo stesso, fece uso del concetto di infinitesimo fisico, inteso come quantità convenientemente piccola ma finita, nel trattamento di casi reali.

INFINITESIMO ATTUALE, INFINITESIMO POTENZIALE E INFINITESIMO FISICO

L'approccio di Archimede, che fondò le basi della statica e trattò il comportamento di sistemi fisici in moto lento, nei quali le forze totali sono infinitamente piccole da essere quasi in equilibrio, fu recepito e applicato da Leonardo nei suoi studi di statica e dinamica anche in presenza di attriti, e ciò grazie a un impiego diffuso del concetto di infinitesimo fisico.

Si può infatti affermare che tra i risulta-

ti scientifici comuni ad Archimede e Leonardo vi siano quelli connessi ai metodi infinitesimali, come nel caso dell'equilibrio meccanico e nel caso della quadratura della parabola e del cerchio.

La locuzione infinitesimo è stata introdotta da Aristotele con due aggettivazioni, e quindi due accezioni, differenti: l'infinitesimo attuale, che rappresenta una quantità costante, determinata e infinitamente piccola, e l'infinitesimo potenziale, che è una quantità non costante ma variabile che può assumere valori comunque piccoli, cioè che possono divenire più piccoli di qualsiasi quantità prefissata. Come vedremo nel seguito, uno sguardo congiunto ai lavori di Archimede e di Leonardo, fa emergere chiaramente che nel caso dell'applicazione del metodo iterativo dell'esauzione, entrambi facciano riferimento all'infinitesimo potenziale, o "matematico", quantità che può essere fatta decrescere oltre ogni limite. Emerge altresì che, entrambi non adottano il concetto di infinitesimo attuale e che Leonardo impieghi diffusamente concetto di infinitesimo "fisico".

Per analizzare questo aspetto più dettagliatamente, cominciamo ad analizzare in Archimede e Leonardo il modo di affrontare il problema della rettificazione della circonferenza, che è intimamente connesso a quello della quadratura del cerchio, in quanto per entrambi è richiesto di specificare il valore della famosa costante che è stata successivamente designata "pi greco" e indicata con il simbolo π . I due problemi sono equivalenti in quanto la soluzione dell'uno porta automaticamente alla soluzione dell'altro e viceversa. Come riportato nell'*Archimede Latino* di Paolo d'Alessandro e Pier Daniele Napolitani¹⁰ sulla quadratura del cerchio Archimede scrisse:

¹⁰ D'Alessandro e Napolitani, *Archimede Latino*, cit., 2012.

1 Qualsiasi cerchio è uguale a un triangolo rettangolo, precisamente a quello di cui un lato dei due che contengono l'angolo retto sia uguale al semidiametro del detto cerchio, l'altro alla circonferenza del cerchio stesso.

14 La circonferenza di un qualunque cerchio è, rispetto al suo diametro, più che tripla, per una parte minore di $1/7$ e maggiore di $10/71$.

Inoltre, nel trattato *Sulle spirali* indirizzato a Dositeo, si legge, nella proposizione 18:

Se una linea retta è tangente ad una spirale, nella prima rotazione, nel termine della spirale stessa e se dal punto che è principio della spirale si conduce una retta perpendicolare alla retta principio della rotazione, la [retta] così condotta incontra la tangente e il segmento di retta compreso fra la tangente e il principio della spirale sarà uguale alla circonferenza del primo cerchio.

Il problema della rettificazione della circonferenza fu dunque risolto da Archimede introducendo la sua spirale, una curva che è caratterizzata da bracci successivi che hanno una distanza fissa e che il Siracusano introduce cinematicamente come la traiettoria di un punto che, a partire dall'origine, comincia a muoversi di moto uniforme su una semiretta mentre questa ruota uniformemente nel piano. Archimede sposta così il problema della rettificazione della circonferenza a quello di tracciare la tangente alla spirale, ottenendo una soluzione esatta.

Lo stesso problema fu risolto da Archimede anche a partire dalla considerazione che la lunghezza della circonferenza costituisce l'estremo superiore dell'insieme dei perime-

tri dei poligoni regolari inscritti e l'estremo inferiore dell'insieme dei perimetri dei poligoni regolari circoscritti. Il metodo usato da Archimede, per approssimazioni successive, si basa dunque sulla determinazione dei perimetri di poligoni inscritti o circoscritti, a partire dall'esagono e per successivi raddoppi del numero dei lati, ovvero operando con poligoni regolari di 6, 12, 24, 48, 96 lati.

Come sottolineato da Carl Boyer¹¹ Archimede non parla di somma di una serie infinita, ma, cionondimeno, come evidenziato da Lucio Russo¹², è evidente che Archimede proceda per approssimazioni successive. Questo approccio, come vedremo, fu noto a Leonardo che lo ricorda in una pagina del Codice Atlantico, f. 230r [85r-a]¹³ in cui si legge:

La quadratura del cerchio d'Archimede è ben detta e male data. E ben detta è dove lui disse il cerchio essere eguale a uno ortogonio fatto della linea circonferenziale e del semidiametro d'un cerchio dato. Ed è mal data dove lui quadra una figura laterata di 96 lati, alla quale viene a mancare 96 porzione spiccate d'essi 96 lati. E questa in nessun modo è da essere detta quadratura di cerchio; ma invero per tali regole è impossibile a fare altrimenti.

Nel Manoscritto G dell'Institut de France di Parigi, nel f. 96r (Fig. 1), Leonardo a proposito *De quadratura del cerchio e chi fu il primo che la trovò a caso* scrive:

Vetruvio misurando le miglia colle molte intere rivoluzioni delle rote che movano i carri, distese nelli sue stadi molte linee circonferenziali del cerchio di tali rote. Ma lui

¹¹ Boyer, Carl, B., *Storia della Matematica*, Milano: Isedi, 1976.

¹² Russo, Lucio, *Archimede*, Roma: Carocci, 2020.

¹³ Nota affine a quella che si nota in un disegno di Windsor (RL 12280v) e in un'altra pagina dello stesso Codice Atlantico (f. 325v [118v-a]).

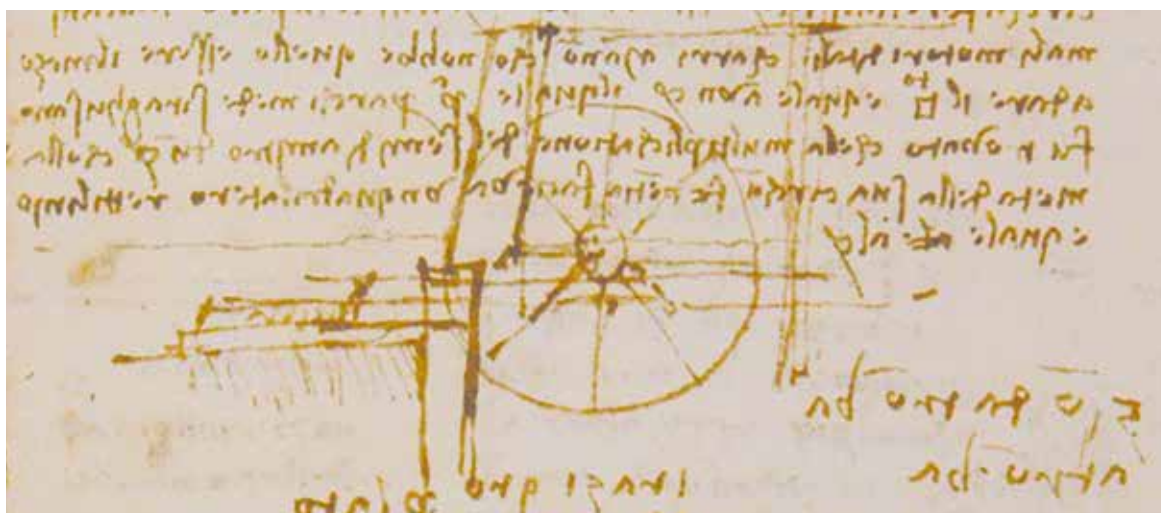


Fig. 1 – Leonardo, Ms. G, f. 96r, particolare. Paris, Institut de France (Fac-simile dell'Edizionale Nazionale dei Disegni e dei Manoscritti di Leonardo). Leonardo introduce, nel calcolo della lunghezza della circonferenza, l'approccio operativo riportato da Vitruvio che fa ricorso a un odometro, strumento atto a misurare la lunghezza del cammino percorso da un veicolo.

le imparò dalli animali motori di tali carri, ma non conobbe quello essere il mezzo a dare il quadrato eguale a un cerchio, il quale prima per Archimede siragusano fu trovato che la moltiplicazione del semidiametro d'un cerchio colla metà della sua circonferenza faceva un quadrilatero rettilineo eguale al cerchio¹⁴.

Qui, dunque, Leonardo introduce, nel calcolo della lunghezza della circonferenza, l'approccio operativo sperimentale riportato da Vitruvio e da lui ripreso con la rappresentazione dell'odometro, uno strumento atto a misurare la lunghezza del cammino percorso da un veicolo. Ancorché non compaia espressamente il nome di Archimede, Leonardo torna sullo stesso tema nel f. 80r del Manoscritto K:

Il cerchio è simile a un parallelo rettangolo fatto del quarto del suo diametro e di tutta la circonferentia sua, o vo' dire della metà del diametro e della periffa.

Come se 'l cerchio *eff* fussi imaginato esser risoluto in quasi infinite piramide, le quali poi essendo distese sopra la linea retta che tocchi le lor base in *b d*, e tolto la metà dell'altezza e fattone il parallelo *a b c d*, sarà con precisione eguale al cerchio dato *e f*. (Fig. 2)

La figura accanto al testo mostra la partizione del cerchio in sedici settori circolari, assimilabili a triangoli che, riportati su una retta rettilinea, consentono di calcolare l'area approssimata del cerchio. Il problema della rettificazione della circonferenza e della determinazione dell'area del cerchio viene dunque trattato congiuntamente, e risolto, mediante un procedimento che si articola in più passi successivi. Egli dapprima scompone la sezione circolare in sedici settori circolari (questo numero è curiosamente compatibile con il numero degli spicchi in un agrume); poi procede a svolgere e disporre gli spicchi su un piano, procedendo così a una rettifica-

¹⁴ Questa e le successive trascrizioni da Leonardo sono tratte da *e-Leo*, Archivio digitale di storia della tecnica e della scienza della Biblioteca Leonardiana di Vinci (<http://leonardodigitale.com>).

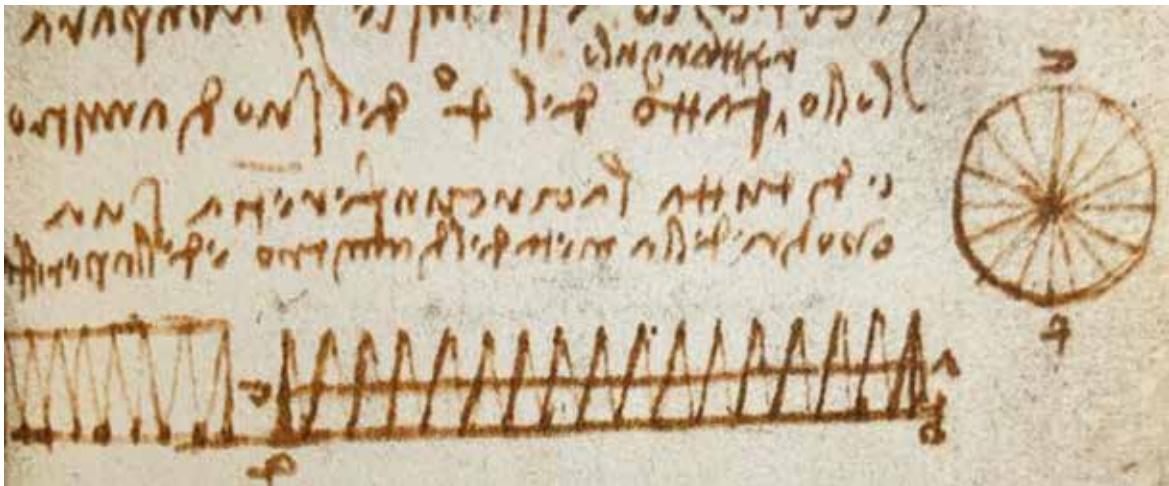


Fig. 2 – Leonardo, Ms. K, f. 80r, particolare. Paris, Institut de France (Fac-simile dell’Edizionale Nazionale dei Disegni e dei Manoscritti di Leonardo). Il concetto proposto da Leonardo è quello di integrale definito. Egli dapprima opera una partizione del cerchio in settori circolari e, dopo aver rettificato la circonferenza, considera gli intervalli in cui viene diviso il segmento di base tutti uguali come nella definizione attuale dell’integrale di Riemann.

zione della circonferenza, ottenendo il profilo di una funzione triangolare dove l’area dei triangoli isosceli, ottenuta moltiplicando la metà della base per l’uguale altezza (disegnata nel primo triangolo a destra con tratto continuo), approssima quella dei settori circolari. Passa quindi al calcolo esatto della somma delle aree dei triangoli isosceli; si tratta di quella che viene in analisi indicata come somma parziale. Infine, estrapola iterativamente il procedimento tracciato, immaginando una risoluzione del cerchio in un numero sempre più elevato di triangoli per ottenere un risultato sempre più prossimo a quello esatto (“Come se ’l cerchio *e f* fussi imaginato esser risoluto in quasi infinite piramide”; Ms. K, f. 80r).

Quindi Leonardo nel suo procedimento fa esplicito riferimento alla somma di una serie di “quasi infinite” piramidi che evoca il concetto di integrale come valore limite di una serie, inteso come quel valore che ha la proprietà che la sua differenza rispetto a una somma finita è un infinitesimo che può es-

sere reso piccolo a piacere all’aumentare dei termini della somma.

Ciò è definitivamente chiarito dalla sentenza riportata in un disegno con studi di geometria, calcoli e note ora nella Royal Library di Windsor (RL 12280r, c. 1508-10) in cui si legge:

Archimede ha data la quadratura d’una figura laterata e non del cerchio.

Adunque Archimenide non quadrò mai figura di lato curvo. E io quadro il cerchio meno una porzione tanto minima quanto lo intelletto possa immaginare, cioè quanto il punto visibile.

Dunque Leonardo ritiene di differenziarsi da Archimede esponendo un procedimento che fornisce dapprima un valore approssimato dell’area del cerchio, tramite la somma parziale, per poi descrivere una procedura per rendere esatto il calcolo rendendo lo scarto infinitamente piccolo (infinitesimo potenziale). Nel Codice Madrid II, f. 112r, Leonardo a

proposito della quadratura del cerchio scrive: “La notte di Sancto Andre’ trovai il fine della quadratura del cerchio; e ’n fine del lume e della notte e della carta dove scrivevo, fu concluso; al fine dell’ora”¹⁵.

Ancorché Leonardo abbia di fatto tracciato l’iter che, attraverso il concetto di infinitesimo potenziale, conduce al concetto di limite e di integrale, il suo approccio alla realtà fisica fa sì che egli, nel trattare casi reali, sia fortemente ancorato al mondo dell’esperienza.

È ben noto come dal punto di vista dell’esperienza, oltre a dover considerare l’infinità mutevolezza e varietà del mondo della natura, le grandezze oggetto di investigazione non siano definibili in senso assoluto ma solo all’interno di un ineludibile margine di indeterminazione, corrispondente al concetto di infinitesimo fisico. Questa indeterminazione può essere dovuta alla irregolarità insite nelle grandezze stesse, può essere dovuta allo strumento di misura, può essere connessa al processo di misurazione o, ancora, può essere intrinseca alle definizioni stesse di grandezze. Ciò comporta che, ancorché una grandezza fisica a possa essere considerata uguale a sé stessa, i.e. $a=a$ (proprietà riflessiva), non sia possibile in senso assoluto stabilire l’uguaglianza tra due grandezze, ovvero non è possibile stabilire che $a=b$ (e che $a=b \Leftrightarrow b=a$, proprietà riflessiva, dove il simbolo $\Leftrightarrow$ indica una equivalenza logica) se non all’interno del margine di errore comune alle due grandezze. Lo stesso ragionamento può estendersi al confronto tra più grandezze. L’espressione $(a=b \text{ e } b=c) \Leftrightarrow a=c$, (proprietà transitiva, se una cosa è uguale ad

un’altra e questa a sua volta è uguale ad una terza, allora la prima è uguale alla terza), non potrà essere soddisfatta se non in seno al margine dell’errore comune alle tre grandezze.

Per affrontare con maggior dettaglio l’approccio di Archimede e di Leonardo al problema dell’infinitesimo cominciamo con l’osservare che una caratteristica comune a molte teorie scientifiche ellenistiche è quella di basarsi su postulati o principi generali a partire dai quali è possibile fare delle inferenze e spiegare i fenomeni osservabili.

Archimede, ad esempio, basa l’idrostatica sul concetto di equilibrio idrostatico, una condizione di equilibrio in cui la risultante delle forze agenti su ogni singolo elemento di fluido è nulla, ovvero deve trovarsi in equilibrio di forze. Questa condizione è l’equivalente idrostatico dell’equilibrio delle forze, o meglio ne costituisce una particolarizzazione. Più precisamente, Archimede enunciò il seguente postulato: Sui galleggianti: “Si assuma che [...], se due porzioni di liquido sono contigue e allo stesso livello, la meno compressa sia spinta via dalla più compressa e ciascuna porzione sia compressa dal peso del liquido che è sopra di sé in verticale, purché il liquido non sia rinchiuso in qualcosa e compresso da qualcos’altro”¹⁶. L’enunciato di Archimede è molto intuitivo anche se non è direttamente analizzabile in quanto non è possibile osservare la compressione di porzioni interne a una massa di liquido; è invece possibile verificarne una serie di conseguenze. A partire dal suo postulato, Archimede produce delle inferenze sul galleggiamento dei corpi:

¹⁵ Sulla quadratura del cerchio di Leonardo si veda in particolare Marinoni, Augusto, “Il problema di Delo.” *Raccolta Vinciana*, fasc. 24 (1992), pp. 219-250; *De ludo geometrico: la matematica e la geometria di Leonardo: disegni di Leonardo del Codice Atlantico*, catalogo della mostra (Milano, Pinacoteca Ambrosiana, 10 dicembre 2013-9 marzo 2014), Rinaldi, Furio (a cura di), Novara: De Agostini, 2013; Baldi, Anna, *Leonardo: sulla quadratura del cerchio*, Armillaria, 2018, con bibliografia precedente.

¹⁶ Archimede, *Oeuvres*, Mugler Charles (par), Paris: Les Belles Lettres, 1970-71, in particolare 6, 2-8.

“Se un corpo è più leggero del liquido in cui è immerso, si immergerà parzialmente, in modo tale che il peso di un volume di liquido pari al volume della sua parte immersa sia uguale al peso del corpo (Archimede, *Sui galleggianti*, libro I, proposizione 5)”.

Nel Codice Madrid I, f. 123v, Leonardo enuncia il principio di Archimede nella versione oggi più comunemente conosciuta; egli scrive: “Tanto peso d’acqua si fugge del loco dove il navilio si fica notando, quanto è il proprio peso d’esso navilio”.

E nel Codice Atlantico, f. 914r-b [335v-b], chiarisce il ruolo della densità del mezzo scrivendo:

Un medesimo grave si dimosterrà di minore o maggiore peso, quanto e’ si troverà in mezzo di minore o maggiore densità. Pruovasi e sia che due pesi equali sieno infra l’aria sospesi in equal braccia della bilancia. Allora senza dubbio ciascun di loro resisteranno al disenso l’un dell’altro: ma se l’un di tali pesi sia messo nell’acqua e l’altro resti nell’aria, allora quel dell’aria si mosterrà tanto più grave che quel ch’è sommerso in essa acqua, quanto l’acqua è più densa dell’aria.

Una tesi che Archimede deduce dal suo postulato è: “La superficie di tutto il liquido [ossia degli oceani] in condizioni di equilibrio ha la forma di una sfera con lo stesso centro della Terra”¹⁷

Per la dimostrazione Archimede procede per assurdo: se non fosse una sfera, vi sarebbero delle porzioni sovrastate da colonne d’acqua di diverse altezze che pertanto non sarebbero all’equilibrio.

Il teorema di Archimede fu applicato da Diodoro Siculo per spiegare, come era stato for-

mulato da Parmenide, la forma sferica acquisita dalla Terra quando questa era ancora liquida. Nel f. 56v del Manoscritto A Leonardo ripercorre la tesi di Archimede e scrive:

Pruova come la superficie del mare è equidistante al centro della terra ed è la più bassa superficie del mondo. Le più basse parti de’ monti si è dove si congiungano alle loro valli, e la infima bassezza delle valli sono i loro fiumi, cagione d’esse valli, i quali fiumi fanno loro ultima bassezza in nel loro concorso a il real fiume, dove perdendo la forma, perdano il nome; e la ultima bassezza de’ reali fiumi è il mare, dove si riposano i pellegrinanti fiumi coi loro seguaci.

Dall’enunciato di Archimede si può desumere anche il principio dei vasi comunicanti, in genere considerato una scoperta di Erone ma noto certamente prima; dall’enunciato se vi è equilibrio tutte le porzioni di liquido allo stesso livello devono essere compresse allo stesso modo e l’eguaglianza delle pressioni si traduce nell’eguaglianza delle altezze.

Leonardo nel primo codice di Madrid, f. 150r, a tal proposito scrive:

Perché delle 5 parti dell’acqua del bottino le 4 sono posate sopra il suo fondo, e lì si sostengano e ffermano la quinta di mezzo a n, perché essendo busato il fondo che riesscie nella canna, è neciessario che ssi dia uno contrapeso a uso di bilancia, che ssia simile a ssé, il quale si dà in m r (Fig. 3).

Qui Leonardo esprime innanzitutto il concetto di pressione operando una scomposizione in infinitesimi fisici della superficie per mostrare che per ciascuna delle cinque sezioni risultanti, e per qualsivoglia combinazione delle stesse, la pressione ha sempre

¹⁷ Heath, *The Works of Archimede*, cit., 2002.

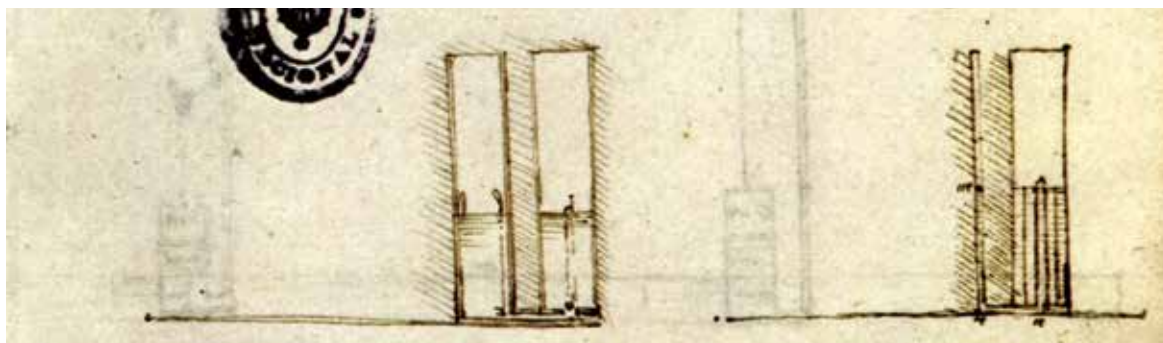


Fig. 3 - Leonardo, Codice Madrid I, f. 150r, particolare. Madrid, Biblioteca National (da *I Codici di Madrid: Biblioteca nazionale Madrid*, Firenze: Giunti Barbèra, 1974). Leonardo nelle due immagini illustra la circostanza che la quota del liquido (e la pressione) ha lo stesso valore nei due vasi. Inoltre, nella immagine a destra viene proposta una scomposizione in cinque infinitesimi fisici della superficie per mostrare che per ciascuna delle singole sezioni e per ogni combinazione delle stesse, la pressione ha sempre lo stesso valore.

lo stesso valore. Inoltre dall'uguaglianza del valore della pressione perviene al principio dei vasi comunicanti; per spiegare quest'ultimo ricorre a un esperimento mentale molto raffinato che consiste nel fissare l'attenzione su una sezione verticale posta nel mezzo nel contenitore di destra che sia collegata tramite una canna al contenitore di sinistra e dove il liquido raggiunge la stessa quota.

Va rilevato, tra le altre cose, che Leonardo concepisce applicazioni notevolissime del principio dei vasi comunicanti come nel doppio sifone (o cicognola) del Codice Atlantico, f. 126r [46v-a], impiegato per la gestione dei bacini di navigazione.

Nel Codice Leicester già Hammer, f. 6r, Leonardo scrive:

Ora, tu ài a notare a livello dell'acqua. (L'acqua sostenuta dall'argine (*v*) sospinge nell'altezza d'essa argine, dalla superficie al fondo, con varia potenza; e questa tal varietà è causata dalla disformità, over dalla inegualità della altezza (*con*) d'ess'acqua, con ciò sia che, quanto più s'appressa al fondo, con maggior forza spinge in essa argine, come mostra le cannelle, che versano in varie altezze del bottino, le quali, quanto più s'avvicinano al

fondo di tal bottino, con maggiore velocità versano le loro acque; e possi misurare la inegualità di tal potenzie, colle distanzie donde tale acque percotano il pavimento, ove discendano, ed etiam col bottino, che l'un de' suoi lati sia una carta pecora lente, e sia sostenuta da righe, come mostra il disegno, a le quali righe sia dato tanto peso per opposito, che con precisione sostenghino esse righe al contatto della fronte del predetto bottino.

E ancora:

L'acqua, che non à moto, non pesa sopra il suo fondo, (*e quel*) come si (*ved*) mostra per le sottilissime erbe sopra d'esso fondo, infra l'acqua ondegianti, e nel (*sotti*) levissimo fango nel fondo de' paduli, il quale è quasi di levità d'acqua, il che, se l'acqua si posassi sopra di lui, si verrebbe a condensare e quasi petrificare: il che mostrandosi in contrario, la sentenza, che l'acqua sopra il suo fondo non pesi, è conclusa da essa esperienza; e per la ragione si conclude che quella par[te] della terra che intorbida l'acqua, la qual sarà di maggior levità, sarà l'ultima che discenderà sopra il predetto fondo, e fia quella che sarà di più tardo dissenso, e nel primo contatto si fermerà sopra l'altro terren del fondo, senza darli (*lesione a*) gravezza alcuna.

Pesa l'acqua, che si move, sopra del loco, non dove passa, ma dove percuote: vero è che quella, ch'è renosa, consuma (*ess*) el suo fondo, e se sarà chiara, compo[n] materia verde sopra esso fondo. (Fig. 4).

Qui Leonardo prende in considerazione un liquido contenuto in un recipiente e, per analizzare le sue proprietà con la quota, non analizza le superfici piane di liquido ma opera una decomposizione del liquido in strati o lamine dotate di un certo spessore finito Δh ; dal punto di vista concreto Δh sarà un infinitesimo fisico, ovvero una differenza di quota piccola ma finita; piccola quanto basta affinché una sua ulteriore riduzione non alteri sensibilmente il risultato, ma grande a sufficienza perché il dispositivo possa essere fisicamente realizzato. Leonardo rileva dunque che, quan-

do si vuol realizzare un confronto sperimentale con dati reali, non si può in alcun caso far ricorso all'infinitesimo potenziale ma a quello di infinitesimo fisico. In particolare, Leonardo evidenzia come, nell'acqua in quiete contenuta in un recipiente, per ogni infinitesimo fisico di profondità si abbia un aumento di pressione (acquista gradi 'di potenza'). I cassettoni a incastro della figura inducono a immaginare un carico additivo dei pesi a mano a mano che si va a profondità maggiori.

Leonardo, a riprova di ciò, osserva l'effetto della differenza di pressione tra uno strato di fluido e quello immediatamente attiguo. Da un punto di vista intuitivo, Leonardo immagina per il fluido una situazione statica, dove il fluido in quiete viene ripartito in lamine e dove, ancorché la pressione aumenti con la profondità, per tutti gli elementi appartenenti a una data lami-

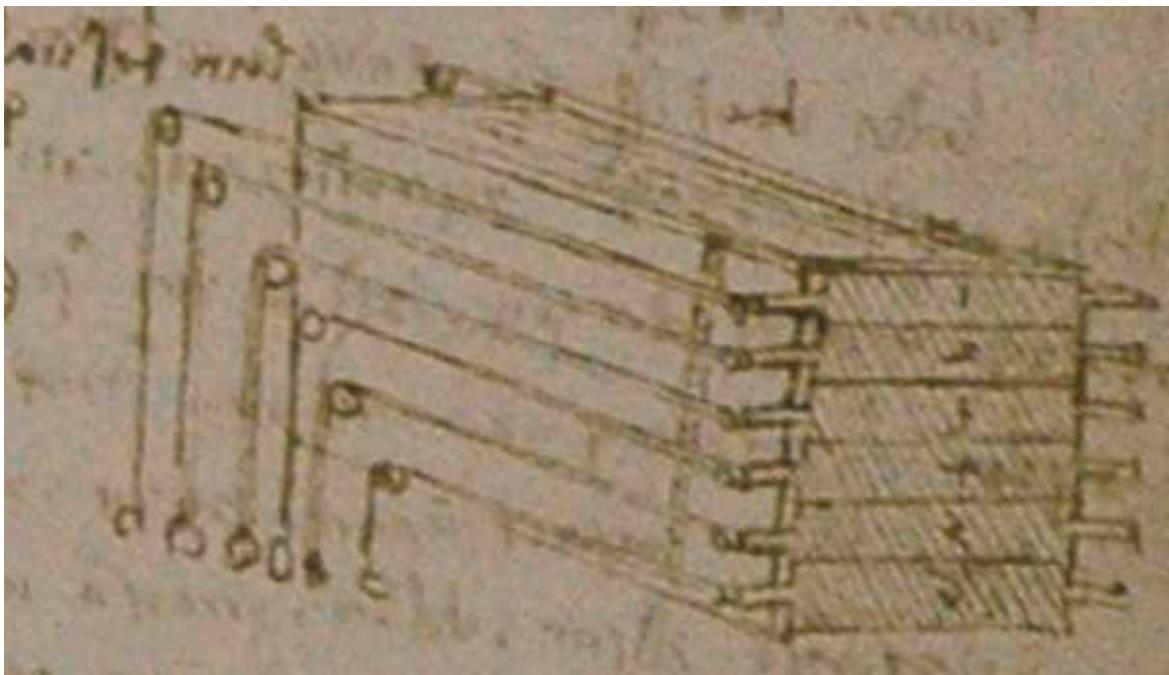


Fig. 4 - Leonardo, Codice Leicester (già Hammer), f. 6r, particolare. Seattle, Gates Collection (da *The Codex Hammer of Leonardo da Vinci*, Pedretti, Carlo (ed), Firenze: Giunti Barbèra, 1987). Leonardo opera una decomposizione in strati o lamine dotate di uno spessore pari a un infinitesimo fisico ovvero finito ma piccolo quanto basta affinché una sua ulteriore riduzione non alteri sensibilmente il risultato, ma grande a sufficienza perché il dispositivo possa essere fisicamente realizzato.

na la pressione è la medesima. Considerando, in questa situazione, uno strato infinitesimo posto a una data quota, questo sarà limitato superiormente da uno strato con una pressione leggermente inferiore, ed inferiormente da uno strato con pressione leggermente superiore. Da ciò consegue che le sottilissime erbe che sopra il fondo che ondeggiano risentono solo delle differenze di pressione esistenti tra le quote a cui si estendono.

Un esempio di infinitesimo fisico si ha ancora nel Codice Forster II, f. 125r, dove Leonardo disegna un corpo cilindrico che può rotolare su un piano.

Somma facilità di moto

Se $p q$ fia perfetto piano, e similmente il circolo $a b d$ di perfetta rettondità, certo el lor contatto fia in punto, sopra del quale punto si posa tal corpo circolare con equal peso, in modo che quasi infinita magnitudine di peso sarà mosso da quasi infinita parvità di peso, come per le linie $a b$ e $c d$ si dimostra sopra la linea $p q$ (Fig. 5).

La figura fa intuire chiaramente come Leonardo voglia evidenziare che, anche se il carico sul corpo circolare è molto elevato, come rappresentato in figura dai pesi di 900.000 unità sospese su ciascun lato, esso sarà perfettamente bilanciato sul punto di contatto e che, anche a causa degli attriti presenti, ci vorrà solo una quantità piccola ma finita di peso aggiuntivo, ovvero un infinitesimo fisico, rappresentata nella fattispecie da 1/900.000 unità poste su un solo lato, per causare la transizione dallo stato di equilibrio statico a uno stato dinamico.

Un ulteriore esempio si ha nel verso della pagina precedente (Codice Forster II, f. 124v) in cui Leonardo scrive in testa al foglio “Somma facilità di moto” e sotto disegna un corpo caratterizzato da una massa considerevole e che risulta sospeso, grazie a un filo di connessione,

ad un punto; il corpo viene spostato lateralmente, grazie alla forza generata da una massa piccola rispetto a quella del corpo stesso.

Più dettagliatamente, seguendo una linea di pensiero analoga a quella del caso qui riportato (Fig. 6), Leonardo mostra come, ancorché il corpo sospeso abbia una massa notevole (900.000 unità), per il suo scostamento rispetto alla linea verticale, ovvero per causare uno scostamento laterale ortogonale alla forza peso, sia necessaria una forza molto piccola ma finita, associabile a una massa di 1/900.000 unità, ovvero a un infinitesimo fisico di massa.

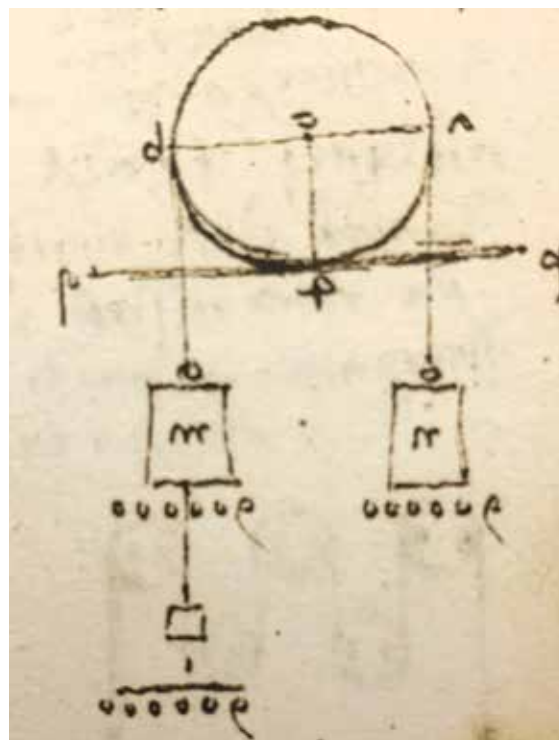


Fig. 5 - Leonardo, Codice Forster II, f. 125r, particolare. London, British Museum (Fac-simile dell'Edizionale Nazionale dei Disegni e dei Manoscritti di Leonardo). Applicazione del concetto di infinitesimo fisico, ovvero di quantità convenientemente piccola in base al contesto e alle limitazioni fisiche imposte dal problema. Nella fattispecie l'infinitesimo è 1/900.000 rispetto alla quantità 900.000.

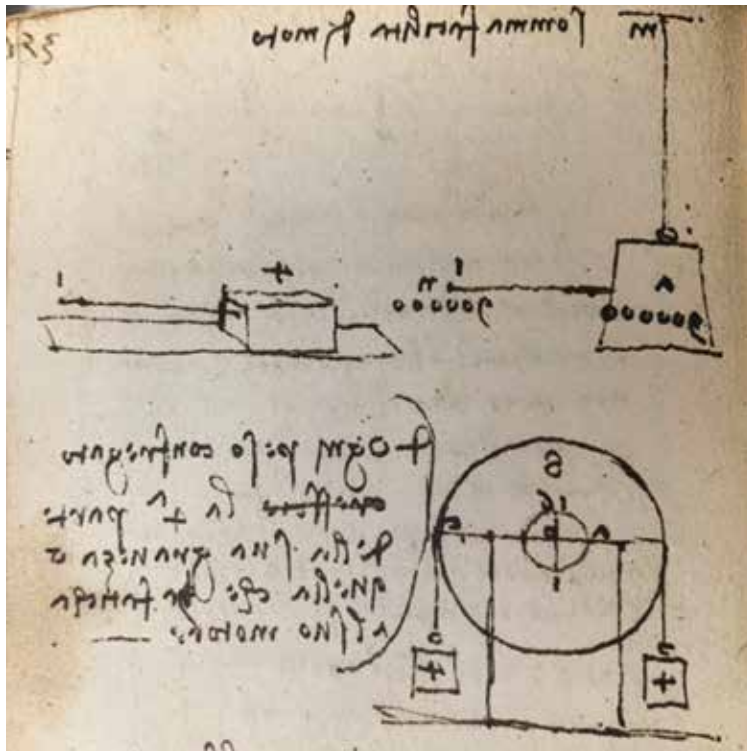


Fig. 6 - Leonardo, Codice Forster II, f. 124v, particolare. London, British Museum (Fac-simile dell'Edizionale Nazionale dei Disegni e dei Manoscritti di Leonardo). Corpo che, nel contesto considerato, è caratterizzato da una massa considerevole e che risulta sospeso, grazie a un filo di connessione, ad un punto fisso; il corpo viene spostato lateralmente, grazie alla forza generata da una massa piccola rispetto a quella del corpo stesso. Viene rappresentato il concetto di infinitesimo fisico, dove la quantità finita convenientemente piccola è $1/900.000$ rispetto alla quantità 900.000 .

Gli esempi riportati mostrano due applicazioni notevoli del concetto di infinitesimo fisico, ovvero di quantità convenientemente piccola in base al contesto e alle limitazioni fisiche imposte dal problema che riguardano il sistema investigato e il processo di misura. Nei due casi considerati l'infinitesimo è $1/900.000$ rispetto alla quantità 900.000 .

Le situazioni rappresentate evidenziano come il concetto di infinitesimo potenziale fu impiegato da Archimede e da Leonardo e pertanto entrambi possono considerarsi dei precursori del calcolo infinitesimale. Inoltre Leonardo introduce di fatto il concetto di infinitesimo fisico sia a partire da situazioni dinamiche, nella ricerca degli stati di equilibrio statico, sia nella transizione da una situazione di equilibrio statico a una situazione dinamica.

Nel secondo caso, il fatto che i pesi non siano gli stessi induce a ritenere che Leonardo voglia investigare il fenomeno per cui una differenza piccola ma finita (infinitesimo fisico) di peso possa innescare un effetto dinamico; si passa cioè da una situazione in cui si ha un equilibrio statico, dove le forze in gioco sono perfettamente bilanciate, a una condizione in cui l'equilibrio statico viene abbandonato e si innesca un moto a causa della forza risultante non nulla. Siamo, nello schema proposto, ancora una volta in presenza di un'analisi in cui viene sviluppata l'estensione da una condizione statica, in cui il bilanciamento delle forze è costante e nullo, a una condizione dinamica in cui il bilancio delle forze, alterato da una condizione iniziale di non equilibrio, varia nel tempo.

